

Problem no. 16:
Small Fields

Tým řešitelů Gymnázia Christiana Dopplera

18. března 2004

Obsah

1	Geomagnetické pole	2
1.1	Popis geomagnetického pole	2
1.2	Velikost geomagnetického pole	3
1.2.1	Geomagnetické pole v České republice	3
2	Měřicí aparatura	3
2.1	Měření horizontální složky	4
2.1.1	Metoda měření a princip aparatury	4
2.1.2	Popis měření	4
2.1.3	Měřicí aparatura	5
2.2	Kalibrace přístrojů	6
3	Měření zemského magnetického pole	6
4	Závěr	6

Zadání úlohy

Construct a device based upon a compass needle and use your device to measure the Earth's magnetic field.

Překlad zadání

Sestrojte zařízení založené na kompasové střeľce a použijte jej k měření zemského magnetického pole.

1 Geomagnetické pole

1.1 Popis geomagnetického pole

Magnetické pole Země je charakterizováno vektorem magnetické indukce \mathbf{B} . Magnetickou indukci můžeme rozložit na tři složky, a to ve třech různých systémech souřadnic, konkrétně v kartézském, cylindrickém a sférickém.

Do kartézské soustavy souřadnic rozkládáme vektor \mathbf{B} tak, že osu x systému umístíme ve směru geografického poledníku tak, aby kladný směr směřoval na sever, osu y ve směru rovnoběžky tak, aby kladný směr směřoval na východ, a osa z směřuje ve směru kolmém na rovinu xy tak, aby kladný směr směřoval ke středu zeměkoule.

Průměty vektoru \mathbf{B} na osy x , y , z a do horizontální roviny xy se nazývají severní složka \mathbf{X} , východní složka \mathbf{Y} , vertikální složka \mathbf{Z} a horizontální složka \mathbf{H} . Dále D označuje úhel, který svírá rovina magnetického poledníku (meridián) $\mathbf{H}z$ s rovinou geografického poledníku xz . Inklinací I se potom označuje úhel $\widehat{\mathbf{H}\mathbf{Z}}$. Úplná magnetická indukce $|\mathbf{B}|$ značí celkovou velikost magnetického pole.

Z těchto šesti geomagnetických elementů můžeme sestavit tři trojice, které jednoznačně charakterizují magnetické pole Země v bodě měření:

- kartézské souřadnice X , Y , Z ,
- válcové souřadnice H , D , Z ,
- sférické souřadnice H , D , I .

Mezi jednotlivými elementy platí následující vztahy:

$$|\mathbf{X}| = |\mathbf{H}| \cos D \quad (1.1)$$

$$|\mathbf{Y}| = |\mathbf{H}| \sin D \quad (1.2)$$

$$|\mathbf{Y}| = |\mathbf{X}| \operatorname{tg} D \quad (1.3)$$

$$|\mathbf{Z}| = |\mathbf{H}| \operatorname{tg} I \quad (1.4)$$

$$|\mathbf{H}| = \sqrt{|\mathbf{X}|^2 + |\mathbf{Y}|^2} \quad (1.5)$$

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{|\mathbf{H}|^2 + |\mathbf{Z}|^2} \quad (1.6)$$

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{|\mathbf{X}|^2 + |\mathbf{Y}|^2 + |\mathbf{Z}|^2} \quad (1.7)$$

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{H}| \sec I \quad (1.8)$$

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{Z}| \operatorname{cosec} I \quad (1.9)$$

Jednotkou magnetické indukce B a všech jejích vektorových komponent je 1 T, což je indukce, kdy skrz plochu 1 m^2 protéká magnetický tok 1 Wb.

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb} \cdot \text{m}^{-2} = 1 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$$

1.2 Velikost geomagnetického pole

1.2.1 Geomagnetické pole v České republice

Obvyklé hodnoty geomagnetického pole shrnuje Tabulka 1. Pole se v našich zeměpisných podmínkách „zanořuje“ do země pod úhlem cca. 60° . Deklinace dosahuje tak malých hodnot, že pro běžné zaměřování objektů pomocí busoly je odchylka magnetického a zeměpisného poledníku zanedbatelná.

Element	Obvyklé hodnoty
Horizontální složka H	20 250–20 350 nT
Vertikální složka Z	43 720–43 760 nT
Delkinace D	$1 - 450 - 1 - 600^\circ$

Tabulka 1: Obvyklé hodnoty geomagnetického pole v ČR (zeměpisné souřadnice observatoře jsou $49^\circ 4' \text{ s.š.}$, $14^\circ 1' \text{ v.d.}$, 496 m n. m.)

2 Měřící aparatura

Pro úplné popsání geomagnetického pole je nutné změřit tři jeho složky. Měření horizontální složky je popsáno níže (viz. 2.1), měření dalších dvou

složek nutných k úplnému popsání geomagnetického pole je problematické, neboť deklinace dosahuje pouze velice malých hodnot, a k měření inklinace je nutné zajistit dokonalé vyvážení střelky, což je v našich podmínkách také nemožné.

2.1 Měření horizontální složky

2.1.1 Metoda měření a princip aparatury

K měření horizontální složky jsme použili jednu z nejstarších metod měření zemského magnetického pole, totiž tangentovou busolu. Tangentová busola je zařízení založené na porovnávání dvou magnetických polí. Skládá se z kompasové střelky, zařízení na odečítání výchylky, cívky, která zajišťuje sekundární magnetické pole B_0 , zdroje stejnosměrného napětí a ampérmetru. Kompasová střelka je umístěna ve vodorovné poloze. Kolem ní je ve vertikální poloze umístěna cívka tak, aby střed kompasky souhlasil se středem cívky.

2.1.2 Popis měření

V základní poloze je stupnice umístěna tak, že naměřený úhel je 0 a střelka leží v rovině cívky. Po vytvoření sekundárního magnetického pole cívkou se střelka vychýlí o úhel α , z kterého určíme poměr velikostí obou polí (resp. H a B_0).

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_0}{H} \quad (2.1)$$

$$H = \frac{B_0}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (2.2)$$

Nyní, známe-li proud I tekoucí cívkou, počet jejích závitů N a její poloměr r , můžeme určit velikost B_0 , a tedy i velikost H .

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{2r}, \quad (2.3)$$

kde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ je permeabilita vakua.

Spojením vztahů (2.2, 2.3) dostáváme závislost mezi horizontální složkou zemského magnetického pole H a vychýlením kompasky při vytvoření sekundárního magnetického pole α :

$$H = \frac{\mu_0 NI}{2r \operatorname{tg} \alpha} \quad (2.4)$$

2.1.3 Měřicí aparatura

V naší aparatuře jsme používali cívku o poloměru $r = 1,38 \cdot 10^{-1}$ m s $N = 100$ závitů. Jako zdroj stejnosměrného napětí jsme použili monočlánek o napětí $U = 1,316$ V. Napětí však nemá na velikost magnetického pole vliv, k měření se tedy používá ampérmetr zapojený sériově s cívkou.

K odečítání výchylky kompasu jsme používali dvě metody. První a méně přesná metoda spočívala v jednoduchém odečítání výchylky na stupnici úhlooměru. Vzhledem k nepřesnostem, které s sebou tato metoda nese, jsme provedli zlepšení aparatury použitím zrcátkové metody odečítání úhlu. Na kompasovou stětku jsme do vertikální polohy připevnili zrcátko, na nějž mířil laserový paprsek, který se odrážel na stupnici umístěné ve větší vzdálenosti od aparatury, čímž se přesnost zařízení zvětšovala.

Pozice	Měření			Průměr	Odchylky			Průměrná odchylka
	I.	II.	III.		I.	II.	III.	
1-A	17,4	18,2	18,9	18,2	-0,8	0,0	+0,8	0,5
1-B	20,5	18,9	18,9	19,5	+1,0	-0,6	-0,6	0,7
1-C	18,2	17,4	18,2	17,9	+0,3	-0,5	+0,3	0,4
1-D	19,7	18,9	18,9	19,2	+0,5	-0,3	-0,3	0,4
2-A	21,3	21,3	23,0	21,9	-0,6	-0,6	+1,1	0,8
2-B	21,3	21,3	19,7	20,8	+0,5	+0,5	-1,1	0,7
2-C	17,4	18,2	18,2	17,9	-0,5	+0,3	+0,3	0,4
2-D	19,7	19,7	18,9	19,5	+0,2	+0,2	-0,6	0,3
3-A	20,5	20,5	20,5	20,5	0,0	0,0	0,0	0,0
3-B	19,7	19,7	18,9	19,5	+0,2	+0,2	-0,6	0,3
3-C	19,7	18,9	18,2	18,9	+0,8	0,0	-0,8	0,5
3-D	19,7	18,9	19,7	19,5	+0,2	-0,6	+0,2	0,3
4-A	21,3	22,2	20,5	21,3	0,0	+0,9	-0,8	0,6
4-B	20,5	18,9	18,9	19,5	+1,0	-0,6	-0,6	0,7
4-C	18,2	19,7	19,7	19,2	-1,0	+0,5	+0,5	0,7
4-D	15,9	19,7	16,7	17,4	-1,5	+2,3	-0,7	1,5

Tabulka 2: Experimentální data pro měření H (před změnou podle kalibrace) (v μT)

	A	B	C	D
1	19,5	20,9	19,2	20,6
2	23,5	22,3	19,2	20,9
3	22,0	20,9	20,3	20,9
4	22,8	20,9	20,6	18,7

Tabulka 3: Průměrné hodnoty H naměřené na jednotlivých stanovištích s úpravou podle kalibrace (v μT)

Obrázek 1: Graf hodnot H na jednotlivých stanovištích (v μT)

2.2 Kalibrace přístrojů

Přestože použité metody umožňují zjistit velikost pole přesně, je lepší provést kalibraci přístrojů podle přesných zařízení. Tuto kalibraci jsme provedli na geomagnetické observatoři Geofyzikálního ústavu Akademie věd České republiky v Budkově. Z kalibrace, provedené porovnáním námi změřené hodnoty s hodnotou změřenou přesným zařízením, vyšlo, že je nutné všechny námi změřené hodnoty pronásobit koeficientem 1,072.

3 Měření zemského magnetického pole

Naši aparaturu jsme použili k měření zemského magnetického pole. Vzhledem k velké citlivosti přístroje na okolní vlivy (především železné konstrukce, stejnosměrné silnoproudy, elektronika, kovové části oblečení) je nutné měření provádět mimo dosah civilizace a při měření se omezit na minimum potřebného vybavení. Měření jsme prováděli na otevřeném prostranství uprostřed pole. Pomocí dřevěných tyček jsme si vyznačili síť 4×4 bodů ve vzájemné vzdálenosti 25 m. Výsledky jednotlivých měření, průměrné hodnoty v jednotlivých pozicích a průměrné odchylky shrnuje Tabulka 2 (všechny hodnoty jsou v μT). Průměrné hodnoty naměřené na jednotlivých stanovištích s úpravou podle kalibrace shrnuje Tabulka 3.

4 Závěr

Podarilo se nám sestavit zařízení, které je schopné s uspokojující přesností zjistit vektor intenzity magnetického pole. Toto zařízení jsme použili k měření

zemského magnetismu a ke zjišťování elektrického proudu, který teče vlakem metra.

Poděkování

Mé díky patří především Václavě Kopecké za poskytnutí její aparatury na měření horizontální složky a za poskytnutí materiálů, a svému tatínkovi za konzultování celého problému.

Přehled použitých označení

Označení	Význam
<i>B</i>	Úplná magnetické indukce Země
<i>H</i>	Horizontální složka <i>B</i>
<i>X</i>	<i>x</i> -ová složka <i>B</i>
<i>Y</i>	<i>y</i> -ová složka <i>B</i>
<i>Z</i>	Vertikální složka <i>B</i>
<i>D</i>	Magnetická deklinace
<i>I</i>	Magnetická inklinace
<i>B</i>₀	Magnetické pole cívky v aparatuře
<i>α</i>	Výchylka střelky při aktivaci cívky
<i>μ</i>₀	Permeabilita vakua ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}$)
<i>r</i>	Poloměr cívky
<i>N</i>	Počet závitů cívky

Reference

- [1] Kopecká, V.: *Tangentová busola a zemský magnetismus*, SOČ, 2001
- [2] Sedlák, B., Štoll, I.: *Elektřina a magnetismus*, Praha, Academia a Karolinum, 1993
- [3] <http://www.ig.cas.cz/>